

Занятие 5.

Интегрирование функций комплексного переменного.

Интегральные теорема и формула Коши.

РАБОТА В АУДИТОРИИ

387 1) Пусть C — простой замкнутый контур, ограничивающий фигуру площади S . Докажите равенство $\int_C x dz = iS$.

388 Вычислите интегралы $\int_C x dz, \int_C y dz$ по радиус вектору точки $z = 2 + i$ и полуокружности $|z| = 1, \operatorname{Im} z \geq 0$.

389 Вычислите интеграл $\int_C |z| dz$ по окружности $|z| = 5$.

390 Вычислите интеграл $\int_C |z| \bar{z} dz$ по замкнутому контуру, состоящему из верхней полуокружности $|z| = 1$ и отрезка $-1 \leq x \leq 1, y = 0$.

392 1) Вычислите интеграл $\int_C (z - a)^n dz$ (n — целое число) по полуокружности $|z - a| = 5, \operatorname{Im} z \geq \operatorname{Im} a$.

393 Вычислите интеграл $\int_C \frac{dz}{\sqrt{z}}$ по полуокружности $|z| = 1, y \geq 0, \sqrt{1} = 1$ и окружности $|z| = 1, \sqrt{-1} = i$.

394 Вычислите интеграл $\int_C \operatorname{Ln} z dz$ по окружности $|z| = R$ при условии, что а) $\operatorname{Ln} R = \ln R$, б) $\operatorname{Ln} R = \ln R + 2\pi i$.

Вычислите $\int_C \frac{dz}{z^2 + 2z - 3}$ при различных положениях контура C .

416. Вычислите $\int_C \frac{e^z dz}{z^2 + a^2}$, если контур C содержит внутри себя круг $|z| \leq a$.

417. Вычислите $\frac{1}{2\pi i} \int_C \frac{ze^z dz}{(z - a)^3}$, если точка a лежит внутри контура C .

418. Вычислите интеграл $\frac{1}{2\pi i} \int_C \frac{e^z dz}{z(1-z)^3}$, если:

- 1) точка 0 лежит внутри, а точка 1 вне контура;
- 2) точка 1 лежит внутри, а точка 0 вне контура;
- 3) обе точки лежат внутри контура.

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

387 2) Пусть C — простой замкнутый контур, ограничивающий фигуру площади S . Докажите равенство $\int_C y dz = -S$.

388 Вычислите интегралы $\int_C x dz$, $\int_C y dz$ по полуокружности $|z|=1, \operatorname{Im} z \geq 0$.

389 Вычислите интеграл $\int_C |z| dz$ по полуокружности $|z|=3, \operatorname{Im} z \geq 0$.

391. Вычислите интеграл $\int_C \frac{z}{\bar{z}} dz$ по границе полукольца $1 \leq |z| \leq 2, \operatorname{Im} z \geq 0$.

392 2) Вычислите интеграл $\int_C (z-a)^n dz$ (n — целое число) по окружности $|z-a|=R$.

393 Вычислите интеграл $\int_C \frac{dz}{\sqrt{z}}$ по полуокружности $|z|=1, y \leq 0, \sqrt{1}=1$ и окружности $|z|=1, \sqrt{1}=1$.

394 Вычислите интеграл $\int_C \operatorname{Ln} z dz$ по окружности $|z|=1$ при условии, что а) $\operatorname{Ln} 1 = 0$, б) $\operatorname{Ln} i = \frac{\pi i}{2}$.

413. Вычислите $\int_C \frac{dz}{z(z^2-1)}$ при различных положениях контура C .

415. Вычислите интеграл $\int_{|z-2|=2} \frac{z dz}{z^4-1}$.