

## Занятие 5.

Интегрирование функций комплексного переменного.

Интегральные теорема и формула Коши.

### РАБОТА В АУДИТОРИИ

387 1) Пусть  $C$  — простой замкнутый контур, ограничивающий фигуру площади  $S$ . Докажите равенство  $\int_C x dz = iS$ .

388 Вычислите интегралы  $\int_C x dz$ ,  $\int_C y dz$  по радиус вектору точки  $z = 2 + i$  и полуокружности  $|z| = 1, \operatorname{Im} z \geq 0$ .

389 Вычислите интеграл  $\int_C |z| dz$  по окружности  $|z| = 5$ .

390 Вычислите интеграл  $\int_C |z| \bar{z} dz$  по замкнутому контуру, состоящему из верхней полуокружности  $|z| = 1$  и отрезка  $-1 \leq x \leq 1, y = 0$ .

392 1) Вычислите интеграл  $\int_C (z - a)^n dz$  ( $n$  — целое число) по полуокружности  $|z - a| = 5, \operatorname{Im} z \geq \operatorname{Im} a$ .

393 Вычислите интеграл  $\int_C \frac{dz}{\sqrt{z}}$  по полуокружности  $|z| = 1, y \geq 0, \sqrt{1} = 1$  и окружности  $|z| = 1, \sqrt{-1} = i$ .

394 Вычислите интеграл  $\int_C \ln z dz$  по окружности  $|z| = R$  при условии, что а)  $\ln R = \ln R$ , б)  $\ln R = \ln R + 2\pi i$ .

Вычислите  $\int_C \frac{dz}{z^2 + 2z - 3}$  при различных положениях контура  $C$ .

416. Вычислите  $\int_C \frac{e^z dz}{z^2 + a^2}$ , если контур  $C$  содержит внутри себя круг  $|z| \leq a$ .

417. Вычислите  $\frac{1}{2\pi i} \int_C \frac{ze^z dz}{(z - a)^3}$ , если точка  $a$  лежит внутри контура  $C$ .

418. Вычислите интеграл  $\frac{1}{2\pi i} \int_C \frac{e^z dz}{z(1-z)^3}$ , если:

- 1) точка 0 лежит внутри, а точка 1 вне контура;
- 2) точка 1 лежит внутри, а точка 0 вне контура;
- 3) обе точки лежат внутри контура.

#### ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

387 2) Пусть  $C$  — простой замкнутый контур, ограничивающий фигуру площади  $S$ . Докажите равенство  $\int_C y dz = -S$ .

388 Вычислите интегралы  $\int_C x dz$ ,  $\int_C y dz$  по полуокружности  $|z|=1, \operatorname{Im} z \geq 0$ .

389 Вычислите интеграл  $\int_C |z| dz$  полуокружности  $|z|=3, \operatorname{Im} z \geq 0$ .

391. Вычислите интеграл  $\int_C \frac{z}{\bar{z}} dz$  по границе полукольца  $1 \leq |z| \leq 2, \operatorname{Im} z \geq 0$ .

392 2) Вычислите интеграл  $\int_C (z-a)^n dz$  ( $n$  — целое число) по окружности  $|z-a|=R$ .

393 Вычислите интеграл  $\int_C \frac{dz}{\sqrt{z}}$  по полуокружности  $|z|=1, y \leq 0, \sqrt{1}=1$  и окружности  $|z|=1, \sqrt{1}=1$ .

394 Вычислите интеграл  $\int_C \ln z dz$  по окружности  $|z|=1$  при условии, что а)  $\ln 1=0$ , б)  $\ln i=\frac{\pi i}{2}$ .

413. Вычислите  $\int_C \frac{dz}{z(z^2-1)}$  при различных положениях контура  $C$ .

415. Вычислите интеграл  $\int_{|z-2|=2} \frac{z dz}{z^4-1}$ .